নির্ণায়ক → করতে হবে মান নির্ণয়, অনুরাশি, সহগুণক
সমাধান, ~~প্রমাণ~~ প্রমাণ

* $\begin{vmatrix} 1 & 2 & 5 \\ 3 & 6 & 7 \\ 4 & 8 & 9 \end{vmatrix}$ এর মান কত ?   (উপর থেকে গুণন − নিচ থেকে গুণন)

সূত্র :
$$\begin{matrix} + & - & + \\ - & + & - \\ + & - & + \end{matrix}$$

$$= \begin{vmatrix} 1 & 2 & 5 \\ 3 & 6 & 7 \\ 4 & 8 & 9 \end{vmatrix} = 1(54-56) - 2(27-28) + 5(24-24)$$
$$= -2 + 2 + 0$$
$$= 0$$

Same as :-

* $\begin{vmatrix} 1 & 2 & 1 \\ 2 & 4 & 4 \\ 3 & 6 & 5 \end{vmatrix}$ এর মান কত ? $\begin{vmatrix} 3 & 1 & 2 \\ 6 & 4 & 5 \\ 9 & 7 & 8 \end{vmatrix}$ এর মান কত ? $\begin{vmatrix} 3 & 2 & 6 \\ 4 & 2 & 8 \\ 5 & 2 & 10 \end{vmatrix}$ এর মান কত

* $\begin{vmatrix} 1 & \omega & \omega^2 \\ \omega & \omega^2 & 1 \\ \omega^2 & 1 & \omega \end{vmatrix}$ এর মান কত ?

$$\begin{vmatrix} 1 & \omega & \omega^2 \\ \omega & \omega^2 & 1 \\ \omega^2 & 1 & \omega \end{vmatrix} = 1(\omega^3 - 1) - \omega(\omega - \omega) + \omega^2(\omega - \omega^4)$$
$$= 1(1-1) - \omega(0) + \omega^2(\omega - \omega \cdot 1)$$
$$= 0 - 0 + 0$$
$$= 0$$

Note
$\omega^3 = 1$

* $\begin{vmatrix} 2 & -1 & 1 \\ 1 & 2 & -2 \\ 3 & -3 & -5 \end{vmatrix}$ এই নির্ণায়কের -3 উপাদানের অনুরাশি ও সহগুণক লেখ

-3 এর অনুরাশি $= \begin{vmatrix} 1 & -2 \\ 3 & -5 \end{vmatrix} = -5 + 6$
$= 1$

-3 এর সহগুণক : $= -\begin{vmatrix} 1 & -2 \\ 3 & -5 \end{vmatrix} = -(-5+6)$
$= -(1)$
$= -1$

Same as :-

$\begin{vmatrix} x_1 & x_2 & x_3 \\ y_1 & y_2 & y_3 \\ z_1 & z_2 & z_3 \end{vmatrix}$ হলে z_2 এর অনুরাশি ও সহগুণক নির্ণয় কর

②

$*\quad 2x - y + z = 0$

$x + 2y - 2z = 10$

$3x - 3y - 5z = 2$

এখানে $D = \begin{vmatrix} 2 & -1 & 1 \\ 1 & 2 & -2 \\ 3 & -3 & -5 \end{vmatrix} = 2(-10-6) + 1(-5+6) + 1(-3-6)$

$= -32 + 1 - 9$

$= -41 + 1$

$= -40$

$D_x = \begin{vmatrix} 0 & -1 & 1 \\ 10 & 2 & -2 \\ 2 & -3 & -5 \end{vmatrix} = 0 + 1(-50+4) + 1(-30-4)$

$= -46 - 34$

$= -80$

$D_y = \begin{vmatrix} 2 & 0 & 1 \\ 1 & 10 & -2 \\ 3 & 2 & -5 \end{vmatrix} = 2(-50+4) - 0 + 1(2-30)$

$= 2(-46) - 28$

$= -92 - 28$

$= -120$

$D_z = \begin{vmatrix} 2 & -1 & 0 \\ 1 & 2 & 10 \\ 3 & -3 & 2 \end{vmatrix} = 2(4+30) + 1(2-30)$

$= 68 - 28$

$= 40$

$\therefore x = \dfrac{D_x}{D} = \dfrac{-80}{-40} = 2$

$y = \dfrac{D_y}{D} = \dfrac{-120}{-40} = 3$

$z = \dfrac{D_z}{D} = \dfrac{40}{-40} = -1$

Same as:- ~~[illegible]~~ সমাধান কর Cramer's Rule এর সাহায্যে

---

① $3x + y + z = 10$
$x + y - z = 0$
$5x - 9y = 1$

Ans: $x = 2, y = 1, z = 3$

② $x - 2y + z = 1$
$2x + y - z = 1$
$x + y + z = 4$

Ans: $x = 1$ $y = 1$
$z = 2$

③ $x - y + z - 10 = 0$
$x + 2y - z - 7 = 0$
$x + y - z - 8 = 0$

Ans: $x = 9,\ y = -1,\ z = 0$

④ $x + y + z - 6 = 0$
$x\ y + z - 2 = 0$
$x - y + z + 4 = 0$

Ans: $x = 1,\ y = 2,\ z = 3$

প্রমাণ কর যে: $\begin{vmatrix} a & b & c \\ a^2 & b^2 & c^2 \\ a^3 & b^3 & c^3 \end{vmatrix} = abc(a-b)(b-c)(c-a)$

$$= \begin{vmatrix} a & b & c \\ a^2 & b^2 & c^2 \\ a^3 & b^3 & c^3 \end{vmatrix}$$

$$= abc \begin{vmatrix} 1 & 1 & 1 \\ a & b & c \\ a^2 & b^2 & c^2 \end{vmatrix}$$

$$= abc \begin{vmatrix} 0 & 0 & 1 \\ a-b & b-c & c \\ a^2-b^2 & b^2-c^2 & c^2 \end{vmatrix}$$

$$= abc \begin{vmatrix} a-b & b-c \\ a^2-b^2 & b^2-c^2 \end{vmatrix}$$

$$= abc \begin{vmatrix} a-b & \cancel{b-c} \; b-c \\ (a+b)(a-b) & (b+c)(b-c) \end{vmatrix}$$

$$= abc(a-b)(b-c) \begin{vmatrix} 1 & 1 \\ a+b & b+c \end{vmatrix}$$

$$= abc(a-b)(b-c)(b+c-a-b)$$

$$= abc(a-b)(b-c)(c-a) \text{ (প্রমাণিত)}$$

$$= abc(a-b)(b-c)(c-a)$$

প্রমাণ কর যে, $\begin{vmatrix} x^2 & xy & xz \\ xy & -y^2 & yz \\ xz & yz & -z^2 \end{vmatrix} = 4x^2y^2z^2$

$$= \begin{vmatrix} x^2 & xy & xz \\ xy & -y^2 & yz \\ xz & yz & -z^2 \end{vmatrix}$$

$$= xyz \begin{vmatrix} x & y & z \\ x & -y & z \\ x & y & -z \end{vmatrix}$$

$$= 4x^2y^2z^2$$

$$= xyz \cdot xyz \begin{vmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & -1 & 1 \\ 1 & 1 & -1 \end{vmatrix}$$

$$= x^2y^2z^2 \{1(1-1) - 1(-1-1) + 1(1+1)\}$$

$$= x^2y^2z^2 \{0 + 2 + 2)\}$$

প্রমাণ কর যে:- $\begin{vmatrix} 1 & a & a^2 \\ a^2 & 1 & a \\ a & a^2 & 1 \end{vmatrix} = (a^3-1)$

$$= \begin{vmatrix} a^2+a+1 & a & a^2 \\ a^2+a+1 & 1 & a \\ a^2+a+1 & a^2 & 1 \end{vmatrix}$$

$$= a^2+a+1 \begin{vmatrix} 1 & a & a^2 \\ 1 & 1 & a \\ 1 & a^2 & 1 \end{vmatrix} = (a^2+a+1) \begin{vmatrix} 0 & a-1 & a^2-a \\ 0 & 1-a^2 & a-1 \\ 1 & a^2 & 1 \end{vmatrix}$$

$$= (a^2+a+1) \begin{vmatrix} a-1 & a^2-a \\ 1-a^2 & a-1 \end{vmatrix} = (a^2+a+1) \begin{vmatrix} a-1 & a(a-1) \\ -(a^2-1) & (a-1) \end{vmatrix}$$

$$= (a^2+a+1) \begin{vmatrix} a-1 & a(a-1) \\ -(a-1)(a+1) & (a-1) \end{vmatrix}$$

$$= (a^2+a+1)(a-1)(a-1) \begin{vmatrix} 1 & a \\ -(a+1) & 1 \end{vmatrix}$$

$$= (a^2+a+1)(a-1)(a-1)\{1+a(a+1)\}$$

$$= (a^2+a+1)(a-1)(a-1)(1+a^2+a)$$

$$= (a^3-1)(a^3-1)$$

$$= (a^3-1)^2$$

প্রমাণ কর যে, $\begin{vmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & p & p^2 \\ 1 & p^2 & p^4 \end{vmatrix} = p(p-1)^2(p^2-1)$

$$= \begin{vmatrix} 0 & p-1 & p^2-1 \\ 0 & p^2-p & p^4-p^2 \\ 1 & p^2 & p^4 \end{vmatrix}$$

$$= \begin{vmatrix} p-1 & p^2-1 \\ p^2-1 & p^2(p^2-1) \end{vmatrix}$$

$$= p^2-1 \begin{vmatrix} p-1 & 1 \\ (p+1)(p-1) & p^2 \end{vmatrix}$$

$$= (p^2-1)(p-1) \begin{vmatrix} 1 & 1 \\ p+1 & p^2 \end{vmatrix}$$

$$= (p^2-1)(p-1)(p^2-p-1)$$

প্রমাণ কর যে: $\begin{vmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & p & p^2 \\ 1 & p^2 & p^4 \end{vmatrix} = p(p-1)^2(p^2-1)$

$= \begin{vmatrix} 0 & p-1 & p^2-1 \\ 0 & p^2-p & p^4-p^2 \\ 1 & p^2 & p^4 \end{vmatrix}$ $\quad r_1' = r_2 - r_1$, $r_2' = r_3 - r_2$

$= (p-1)(p^4-p^2) - (p^2-p)(p^2-1)$

$= (p-1)p^2(p^2-1) - p(p-1)(p^2-1)$

$= p(p-1)(p^2-1)(p-1)$

$= p(p^2-1)(p-1)^2$ প্রমাণিত।

ম্যাট্রিক্স :- পার্শ্বচর (Transpose), গুণন, অনুবর্তী, বিপরীত সমাধান

ইনভার্স ম্যাট্রিক্স: দুটি বর্গাকার ম্যাট্রিক্স এর গুণফল একটি একক ম্যাট্রিক্স হলে একটিকে অপরটির বিপরীত ম্যাট্রিক্স বলে।

অনুবর্তী ম্যাট্রিক্স:- একটি বর্গাকার ম্যাট্রিক্স এর উপাদানের সহগুণক দ্বারা গঠিত ম্যাট্রিক্স এর পার্শ্বচর ম্যাট্রিক্সকে Adjoint (অনুবর্তী) ম্যাট্রিক্স এর উপাদান দ্বারা গঠিত ম্যাট্রিক্স বলে।

singular matix: কোন বর্গাকার ম্যাট্রিক্স এর নির্ণায়কের মান শূন্য হলে ঐ Matrix কে singular matrix বলে

* $\begin{bmatrix} 1 & 4 \\ 2 & 5 \\ 3 & 6 \end{bmatrix}$ এর Transpose matrix হলো: $A^T = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 4 & 5 & 6 \end{bmatrix}$

* $A = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 2 \\ 1 & 2 & 3 \\ 2 & 3 & 4 \end{bmatrix}$, $B = \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ -1 & 1 \\ 2 & 0 \end{bmatrix}$ হলে AB নির্ণয় কর

$= \begin{bmatrix} 0-1+4 & 0+1+0 \\ 1-2+6 & 2+2+0 \\ 2-3+8 & 4+3+0 \end{bmatrix}$

$= \begin{bmatrix} 3 & 1 \\ 5 & 4 \\ 7 & 7 \end{bmatrix}$

⑥

$\begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 1 & 3 & 4 \\ 1 & 4 & 3 \end{bmatrix}$ এর অনুবন্ধী এবং বিপরীত ম্যাট্রিক্স নির্ণয় কর।

~~A11 =~~ মনে করি, $A = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 1 & 3 & 4 \\ 1 & 4 & 3 \end{bmatrix} = 1(9-14) - 2(3-4) + 3(4-3)$

$= \cancel{-7-2(-1)}$ $= -7+2+3$

$= -2$

$A_{11} = 9-14 = -7$ $\quad A_{12} = -(3-4) = 1$ $\quad A_{13} = 4-3 = 1$

$A_{21} = -(6-12) = 6$ $\quad A_{22} = 3-3 = 0$ $\quad A_{23} = -(4-2) = -2$

$A_{31} = 8-9 = -1$ $\quad A_{32} = -(4-3) = -1$ $\quad A_{33} = 4-3 = 1$

অনুবন্ধী ম্যাট্রিক্স: $\begin{bmatrix} -7 & 6 & -1 \\ 1 & 0 & -1 \\ 1 & -2 & 1 \end{bmatrix}$

বিপরীত ম্যাট্রিক্স : $\frac{1}{-2}\begin{bmatrix} -7 & 6 & -1 \\ 1 & 0 & -1 \\ 1 & -2 & 1 \end{bmatrix}$

* ম্যাট্রিক্সের সাহায্যে সমাধান কর:- $\quad X = A^{-1}L$

$x+y+z = 9$

$2x+5y+7z = 52$

$2x+y-z = 0$

মনে করি,

$A = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 2 & 5 & 7 \\ 2 & 1 & -1 \end{bmatrix}$ $\quad L = \begin{bmatrix} 9 \\ 52 \\ 0 \end{bmatrix}$ $\quad X = \begin{bmatrix} x \\ y \\ z \end{bmatrix}$

$\begin{bmatrix} x \\ y \\ z \end{bmatrix} = \frac{1}{-4}\begin{bmatrix} -12 & 2 & 2 \\ 16 & -3 & -5 \\ -8 & 1 & 3 \end{bmatrix}\begin{bmatrix} 9 \\ 52 \\ 0 \end{bmatrix}$

$= \frac{1}{-4}\begin{bmatrix} -108+104+0 \\ 144-156+0 \\ -72+52+0 \end{bmatrix} = -\frac{1}{4}\begin{bmatrix} -4 \\ -12 \\ -20 \end{bmatrix}$

$= \begin{bmatrix} 1 \\ 3 \\ 5 \end{bmatrix}$

Ans

$|A| = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 2 & 5 & 7 \\ 2 & 1 & -1 \end{bmatrix} = 1(-5-7) - 1(-2-14) + 1(2-10)$

$= -12+16-8$

$= -4$

$A_{11} = -5-7 = -12$ $\quad A_{12} = -(-2-14) = -(-16) = 16$ $\quad A_{13} = 2-10 = -8$

~~A12~~ $A_{21} = -(-1-1) = 2$ $\quad A_{22} = (-1-2) = -3$ $\quad A_{23} = -(1-2) = 1$

$A_{31} = 7-5 = 2$ $\quad A_{32} = -(7-2) = -5$ $\quad A_{33} = 5-2 = 3$

Same as:-

$x+y-z = 0$

$x-z-2 = 0$

$2y-z-1 = 0$

Ans: $[-3, -2, -5$

বহুপদী এবং বহুপদী সমীকরণ

$ax^2+bx+c=0$	x^2 এর সহগকে বলি a
নিশ্চায়ক $D=b^2-4ac$	x " " b
	x বর্জিত পদ হলো: c

$D=0$ হলে মূলদ্বয় বাস্তব ও সমান

$D>0$ হলে মূলদ্বয় বাস্তব ও অসমান

$D<0$ হলে মূলদ্বয় অবাস্তব

~~মূলদ্বয়ের যোগফল~~: মনে করি, মূলদ্বয় α, β

মূলদ্বয়ের যোগফল $(\alpha+\beta) = \frac{-b}{a}$

মূলদ্বয়ের গুণফল $\alpha\beta = \frac{c}{a}$

নির্ণেয় সমীকরণ: $x^2 - x$ (মূলদ্বয়ের যোগফল) $+$ মূলদ্বয়ের গুণফল $= 0$

* a ও b মূলবিশিষ্ট সমীকরণ নির্ণয় কর:-

নির্ণেয় সমীকরণ: $x^2 - x(a+b) + ab = 0$

* 3 এবং -4 মূলবিশিষ্ট সমীকরণ লেখ?

নির্ণেয় সমীকরণ: $x^2 - x(3-4) + 3(-4) = 0$

$x^2 + x - 12 = 0$

* $x^2+px+8=0$ এর একটি মূল 4 হলে, অপর মূলটি নির্ণয় কর।

মনে করি, অপর মূল α

মূলদ্বয়ের গুণফল $4\alpha = \frac{8}{1}$

$4\alpha = 8$

$\alpha = 2$

* $px^2+x+2=0$ সমীকরণের মূলদ্বয় সমান হলে, p এর মান কত?

মূলদ্বয় সমান হলে নিশ্চায়ক $(D)=0$

নিশ্চায়ক $D=0$

$b^2-4ac=0$

$1^2-4.p.2=0$

$1-8p=0$

$-8p=-1$

$\therefore p=\frac{1}{8}$ $\boxed{\text{Ans}}$

⑧

* $4x^2+2x-1=0$ এর বীজদ্বয়ের প্রকৃতি নির্ণয় কর।

নিশ্চায়ক $D = b^2-4ac$

$= b^2-4ac$

$= 2^2-4\cdot 4(-1)$

$= 4+16$

$= 20$

$\therefore D>0$ মূলদ্বয় বাস্তব ও অসমান।

* k এর মান কত হলে $(4-k)x^2+(2k+4)x+(8k+1)=0$ সমীকরণের মূলদ্বয় সমান হবে?

শর্তমতে, মূলদ্বয় সমান হলে নিশ্চায়ক $=0$

$b^2-4ac=0$

$(2k+4)^2-4(4-k)(8k+1)=0$

$(2k)^2+2.2k.4+4^2-4(32k+4-8k^2-k)=0$

$4k^2+16k+16-124k+32k^2-16=0$

~~$28k^2-108k=0$~~

$36k^2-108k=0$

$36k(k-3)=0$

$36k=0$ | $k-3=0$

$k=0$ | $k=3$

* যদি $ax^2+bx+c=0$ সমীকরণের একটি মূল অপরটির উল্টার বর্গ হয় তবে প্রমাণ কর যে $a^3+c^3+abc=0$

মনে করি, একটি মূল α

অপর মূল $\frac{1}{\alpha^2}$

মূলদ্বয়ের গুণফল $\alpha\cdot\frac{1}{\alpha^2}=\frac{c}{a}$

$\Rightarrow \frac{1}{\alpha}=\frac{c}{a}$

$\alpha=\frac{a}{c}$

মূলদ্বয়ের যোগফল $\alpha+\frac{1}{\alpha^2}=-\frac{b}{a}$

বা, $\frac{a}{c}+\frac{1}{\frac{a^2}{c^2}}=-\frac{b}{a}$

বা, $\frac{a}{c}+\frac{c^2}{a^2}=-\frac{b}{a}$

$\frac{a^3+c^3}{a^2c}=-\frac{b}{a}$

$a^3+c^3=-\frac{b}{a}\times a^2c$

$\therefore a^3+c^3=-abc$

* $4x^2-6x+1=0$ সমীকরণের মূলদ্বয় α ও β হলে $\left(\alpha+\frac{1}{\beta}\right)\left(\beta+\frac{1}{\alpha}\right)$ মূলবিশিষ্ট সমীকরণটি নির্ণয় কর

মূলদ্বয়ের যোগফল $\alpha+\beta = +\frac{6}{4} =$

$\alpha+\beta = \frac{3}{2}$

মূলদ্বয়ের গুণফল $\alpha\beta = \frac{1}{4}$

নির্ণেয় সমীকরণে মূলদ্বয়ের যোগফল $\alpha+\frac{1}{\beta}+\beta+\frac{1}{\alpha}$

$= \alpha+\beta+\frac{1}{\alpha}+\frac{1}{\beta}$

$= \alpha+\beta+\frac{\alpha+\beta}{\alpha\beta}$

$= \frac{3}{2}+\frac{\frac{3}{2}}{\frac{1}{4}}$

$= \frac{3}{2}+\frac{3}{\cancel{2}}\times\frac{\cancel{4}^{2}}{1}$

$= \frac{3}{2}+6$

$= \frac{3+12}{\cancel{6}\ 2}$

$= \frac{15}{2}$

নির্ণেয় সমীকরণের মূলদ্বয়ের গুণফল :

$\left(\alpha+\frac{1}{\beta}\right)\left(\beta+\frac{1}{\alpha}\right)$

$= \alpha\beta+\alpha\cdot\frac{1}{\alpha}+\frac{1}{\beta}\cdot\beta+\frac{1}{\beta}\cdot\frac{1}{\alpha}$

$= \alpha\beta+1+1+\frac{1}{\alpha\beta}$

$= \frac{1}{4}+2+\frac{1}{\frac{1}{4}}$

$= \frac{1}{4}+2+4$

$= \frac{1+24}{4}$

$= \frac{25}{4}$

$\therefore$ নির্ণেয় সমীকরণ $x^2 - x$(মূলদ্বয়ের যোগফল) + মূলদ্বয়ের গুণফল $= 0$

$\Rightarrow x^2 - x\left(\frac{15}{2}\right)+\frac{25}{4} = 0$

$\frac{4x^2-30x+25}{4} = 0$

$4x^2-30x+25 = 0$ $\boxed{\text{Ans}}$

* $bx^2+cx+c=0$ এর মূলদ্বয় α, β হলে দেখাও যে $\sqrt{\frac{\alpha}{\beta}}+\sqrt{\frac{\beta}{\alpha}}$

মূলদ্বয়ের যোগফল $\alpha+\beta=\frac{-c}{b}$

মূলদ্বয়ের গুণফল $\alpha\beta=\frac{c}{b}$

L.H.S $\sqrt{\frac{\alpha}{\beta}}+\sqrt{\frac{\beta}{\alpha}}+\sqrt{\frac{c}{b}}$

$$=\frac{\sqrt{\alpha}}{\sqrt{\beta}}+\frac{\sqrt{\beta}}{\sqrt{\alpha}}+\sqrt{\frac{c}{b}}$$

$$=\frac{\sqrt{\alpha^2}+\sqrt{\beta^2}}{\sqrt{\beta}\sqrt{\alpha}}+\sqrt{\frac{c}{b}}$$

$$=\frac{\alpha+\beta}{\sqrt{\alpha\beta}}+\sqrt{\frac{c}{b}}$$

$$=\frac{-\frac{c}{b}}{\sqrt{\frac{c}{b}}}+\sqrt{\frac{c}{b}}$$

$$=-\sqrt{\frac{c}{b}}+\sqrt{\frac{c}{b}}$$

$$=0$$

* $27x^2+6x-(p+2)=0$ সমীকরণের মূল দুটির একটি অপরটির বর্গের সমান হলে, p এর মান নির্ণয় কর।

মনে করি, একটি মূল α অপর মূল α^2

মূলদ্বয়ের গুণফল $\alpha\cdot\alpha^2=\frac{-(p+2)}{27}$ ....(i)

,, যোগফল $\alpha+\alpha^2=\frac{-6}{27}$ ....(ii)

(ii) নং কে ঘন করে

$$(\alpha+\alpha^2)^3=\left(\frac{-6}{27}\right)^3$$

$$\alpha^3+(\alpha^2)^3+3\alpha\cdot\alpha^2(\alpha+\alpha^2)=\frac{-6^3}{27^3}$$

$$\frac{-(p+2)}{27}+\left\{\frac{-(p+2)}{27}\right\}^2+3\cdot\frac{-(p+2)}{27}\cdot\frac{-6}{27}=\frac{-6^3}{27^3}$$

$$\frac{-(p+2)}{27}+\frac{p^2+2\cdot 2\cdot p+2^2}{27^2}+\frac{18(p+2)}{27^2}=\frac{-6^3}{27^3}$$

$$\frac{-27(p+2)+p^2+4p+4+18p+36}{27^2}=\frac{-6^3}{27^3}$$

$$-27p-54+p^2+22p+40=-8$$

$$p^2-5p-54+48=0$$

$$p^2-5p-6=0$$

$$p^2-6p+p-6=0$$

$$p(p-6)+1(p-6)=0$$

$$(p+1)(p-6)=0$$

$p=-1$, $p=6$ Ans

জটিল সংখ্যা :-

$i^2 = -1$
$\omega^3 = 1$
$1 + \omega + \omega^2 = 0$

* এককের ঘনমূলগুলো লেখ।

এককে এককের ~~মূলমূল~~ ঘনমূল তিনটি একটি বাস্তব ও দুটি কাল্পনিক।

$$1, \frac{-1 \pm i\sqrt{3}}{2}$$

* $4-5i$ এর পরম মান কত?

$4-5i$ এর পরম মান $= \sqrt{4^2 + (-5)^2}$

$= \sqrt{16+25}$

$= \sqrt{41}$

* ω এককের একটি কাল্পনিক ঘনমূল হলে $\omega^8 - \omega^{-4}$ এর মান কত?

$= \omega^8 - \omega^{-4}$

$= \omega^8 - \frac{1}{\omega^4}$

$= \omega^3 . \omega^3 . \omega^2 - \frac{1}{\omega . \omega^3}$

$= 1 . 1 . \omega^2 - \frac{1}{\omega . 1}$

$= \frac{\omega^3 - 1}{\omega}$

$= \frac{1-1}{\omega}$

$= 0$

* $a + ib = 0$ হলে $a^2 + b^2$ এর মান কত?

$\therefore \cancel{\sqrt{a^2+b^2} = 0}$

$a + ib$ এর পরমমান $= \sqrt{a^2+b^2}$

$\therefore \sqrt{a^2+b^2} = 0$

$a^2 + b^2 = 0$

(12)

* $(1-\omega+\omega^2)(1-\omega^2+\omega^4)(1-\omega^4+\omega^8)(1-\omega^8+\omega^{16})=16$

L.H.S $(1-\omega+\omega^2)(1-\omega^2+\omega^4)(1-\omega^4+\omega^8)(1-\omega^8+\omega^{16})$

$= (1-\omega+\omega^2)(1-\omega^2+\omega)(1-\omega+\omega^2)(1-\omega^2+\omega)$

$= (1+\omega^2-\omega)(1+\omega-\omega^2)(1+\omega^2-\omega)(1+\omega-\omega^2)$

$= (-\omega-\omega)(-\omega^2-\omega^2)(-\omega-\omega)(-\omega^2-\omega^2)$

$= (-2\omega)(-2\omega^2)(-2\omega)(-2\omega^2)$

$= 4\omega^3 \cdot 4\omega^3$

$= 16$

$1+\omega+\omega^2 =$

$1+\omega = -\omega^2$

$1+\omega^2 = -\omega$

* এককের একটি কাল্পনিক ঘনমূল ω হলে প্রমাণ কর যে

$(x+y)^2 + (x\omega+y\omega^2)^2 + (x\omega^2+y\omega)^2 = 6xy$

L.H.S $(x+y)^2 + (x\omega+y\omega^2)^2 + (x\omega^2+y\omega)^2$

$= x^2+2xy+y^2 + (x\omega)^2 + 2x\omega\cdot y\omega^2 + (y\omega^2)^2 + (x\omega^2)^2 + 2x\omega^2\cdot y\omega + (y\omega)^2$

$= x^2+2xy+y^2+x^2\omega^2+2xy\omega^3+y^2\omega^4+x^2\omega^4+2xy\omega^3+y^2\omega^2$

$= x^2+2xy+y^2+x^2\omega^2+2xy+y^2\omega+x^2\omega+2xy+y^2\omega^2$

$= x^2+2xy+y^2+x^2\omega^2+2xy+y^2\omega$

$= 6xy + x^2(1+\omega^2+\omega) + y^2(1+\omega+\omega^2)$

$= 6xy + x^2\times 0 + y^2\times 0$

$= 6xy$

* যদি $\sqrt[3]{x+iy} = p+iq$ হয় তবে দেখাও যে $4(p^2-q^2) = \frac{x}{p}+\frac{y}{q}$

এখানে, $\sqrt[3]{x+iy} = p+iq$

$(\sqrt[3]{x+iy})^3 = (p+iq)^3$

$\Rightarrow x+iy = p^3+3p^2iq+3p(iq)^2+(iq)^3$

$x+iy = p^3+3p^2qi+3pq^2i^2+i^2iq^3$

$x+iy = p^3+3p^2qi-3pq^2-iq^3$

বাস্তব ও কাল্পনিক আলাদা করে

$x = p^3-3pq^2$

$y = 3p^2q-q^3$

R.H.S $\frac{x}{p}+\frac{y}{q}$

$= \frac{p^3-3pq^2}{p} + \frac{3p^2q-q^3}{q}$

$= \frac{p(p^2-3q^2)}{p} + \frac{q(3p^2-q^2)}{q}$

$= p^2-3q^2+3p^2-q^2$

$= 4p^2-4q^2$

$= 4(p^2-q^2)$

$=$ L.H.S

R.H.S = L.H.S

সূত্র:

$${}^nC_r = \frac{\lfloor n}{\lfloor r \lfloor n-r} \qquad {}^nP_r = \frac{\lfloor n}{\lfloor n-r}$$

বিন্যাস

* potaka শব্দটির বর্ণগুলো একবার ব্যবহার করে কত প্রকারে সাজানো যায়

সাজানো যায় $= \frac{\lfloor 6}{\lfloor 2} = 360$

* MIMI সাজানো যায় $= \frac{\lfloor 4}{\lfloor 2 \lfloor 2} = 6$

* Dhaka সাজানো যায় $= \frac{\lfloor 5}{\lfloor 2} = \frac{120}{2} = 60$

* Book সাজানো যায় $= \frac{\lfloor 4}{\lfloor 2} = 12$

* Common সাজানো যায় $= \frac{\lfloor 6}{\lfloor 2 \lfloor 2} = 30$

${}^nP_4 = 6 \times {}^nP_3$ হয়, তবে n এর মান নির্ণয় কর।

বা $\frac{\lfloor n}{\lfloor n-4} = 6 \times \frac{\lfloor n}{\lfloor n-3}$

$\frac{1}{\lfloor n-4} = 6 \times \frac{1}{\lfloor n-3}$

$\frac{1}{\lfloor n-4} = \frac{6}{(n-3)\lfloor n-3-1}$

$\frac{1}{\lfloor n-4} = \frac{6}{(n-3)\lfloor n-4}$

$\frac{1}{1} = \frac{6}{n-3}$

$n-3 = 6$

$\therefore n = 6+3$

$\therefore n = 9$

অথবা এটা করলেও হবে

$n(n-1)(n-2)(n-3) = 6n(n-1)(n-2)$

$n-3 = 6$

$n = 6+3$

$= 9$

* 6, 5, 3, 2, 0 অঙ্কগুলো দ্বারা পাঁচ অঙ্কের কতগুলো সার্থক বিজোড় সংখ্যা গঠন করা যায় তা নির্ণয় কর।

3 কে শেষে রেখে ~~গঠিত করা~~ বিজোড় সংখ্যা $= \lfloor 4$
$= 24$

0 কে প্রথমে ও 3 কে শেষে রেখে বিজোড় সংখ্যা $= \lfloor 3$
$= 6$

3 কে শেষে রেখে সার্থক বিজোড় সংখ্যা $= 24-6 = 18$

অনুরূপ 5 কে শেষে রেখে বিজোড় সংখ্যা $= 18$

মোট $= 18+18$
$= 36$

Math

৬ - অধ্যায়

$! \;\; \underline{|\;\;} \rightarrow$ Factorial

$$②(ii)\; {}^nC_r + {}^nC_{r-1} = {}^{n+1}C_r$$

$${}^nC_r = \frac{\underline{|n}}{\underline{|r}\;\underline{|n-r}}$$

$$\underline{|n} = n\,\underline{|n-1}$$

$$\underline{|r-1} = (r-1)\,\underline{|r-1-1}$$

$$\underline{|r} = r\,\underline{|r-1}$$

$$L.H.S = {}^nC_r + {}^nC_{r-1}$$

$$= \frac{\underline{|n}}{\underline{|r}\;\underline{|n-r}} + \frac{\underline{|n}}{\underline{|r-1}\;\underline{|n-(r-1)}}$$

$$= \frac{\underline{|n}}{r\,\underline{|r-1}\;\underline{|n-r}} + \frac{\underline{|n}}{\underline{|r-1}\;\underline{|n-r+1}}$$

$$= \frac{\underline{|n}}{r\,\underline{|r-1}\;\underline{|n-r}} + \frac{\underline{|n}}{\underline{|r-1}\;\underline{|n-r+1}\;\underline{|n-r+1-1}}$$

$$= \frac{\underline{|n}}{r\,\underline{|r-1}\;\underline{|n-r}} + \frac{\underline{|n}}{\underline{|r-1}\;\underline{|n-r+1}\;\underline{|n-r}}$$

$$= \frac{\underline{|n}}{\underline{|r-1}\;\underline{|n-r}}\left\{\frac{1}{r} + \frac{1}{n-r+1}\right\}$$

$$= \frac{\underline{|n}}{\underline{|r-1}\;\underline{|n-r}}\left\{\frac{n-\cancel{r}+1+\cancel{r}}{r(n-r+1)}\right\}$$

$$= \frac{\underline{|n}}{\underline{|r-1}\cdot\underline{|n-r}} \cdot \frac{n+1}{r(n-r+1)}$$

$$= \frac{\underline{|n}\,(n+1)}{r\,\underline{|r-1}\,(n-r+1)\,\underline{|n-r}}$$

$$= \frac{\underline{|n+1}}{\underline{|r}\;\underline{|n-r+1}}$$

$$= \frac{\underline{|n+1}}{\underline{|r}\;\underline{|n+1-r}}$$

$$= {}^{n+1}\ldots$$

৭ম অধ্যায়

৬)

4 জন ভদ্রমহিলা	6 জন পুরুষ
1	4
2	3
3	2
4	1

∴ কমিটি গঠন করার মোট উপায় =

$${}^4C_1 \times {}^6C_4 + {}^4C_2 \times {}^6C_3 + {}^4C_3 \times {}^6C_2 + {}^4C_4 \times {}^6C_1$$

$\Rightarrow 60 + 120 + 60 + 6$

$\Rightarrow 246$ Ans।

৭)

7 জন ছাত্র	4 জন ছাত্রী
4	1
3	2
2	3
1	4

∴ কমিটি গঠন করার মোট উপায়ঃ-

$${}^7C_4 \times {}^4C_1 + {}^7C_3 \times {}^4C_2 + {}^7C_2 \times {}^4C_3 + {}^7C_1 \times {}^4C_4$$

$\Rightarrow 140 + 210 + 84 + 7$

$\Rightarrow 441$ Ans।

৮)

১ম দল 6	২য় দল ৪
4	7
5	6
6	5

∴ মোট সাজানো যায়, ${}^6C_4 \times {}^8C_7 + {}^6C_5 \times {}^8C_6 + {}^6C_6 \times {}^8C_5$

$\Rightarrow 120 + 168 + 56$

(৯)

5 জন বোলার	3 জন উইকেটরক্ষক	7 জন অন্যান্য
4	2	5
4	3	4
5	3	3
5	2	4

∴ মোট দল গঠনের সংখ্যাঃ-

$$^5C_4 \times {^3C_2} \times {^7C_5} + {^5C_4} \times {^3C_3} \times {^7C_4} + {^5C_5} \times {^3C_3} \times {^7C_3} + {^5C_5} \times {^3C_2} \times {^7C_4}$$

$\Rightarrow 315 + 175 + 35 + 105$

$\Rightarrow 630$ Ans।

(১১)

5 জন বোলার	3 জন উইকেট রক্ষক	8 জন অন্যান্য
4	2	5
4	3	4
5	2	4
5	3	3

∴ নির্ণেয় দল গঠন করার মোট উপায়ঃ-

$$^5C_4 \times {^3C_2} \times {^8C_5} + {^5C_4} \times {^3C_3} \times {^8C_4} + {^5C_5} \times {^3C_2} \times {^8C_4} + {^5C_5} \times {^3C_3} \times {^8C_3}$$

$\Rightarrow 840 + 350 + 210 + 56$

$\Rightarrow 1456$ Ans।

(১৩)

১ম গ্রুপ 5	২য় গ্রুপ 5
2	4
3	3
4	2

মোট বাছাই করা যায়, $^5C_2 \times {^5C_4} + {^5C_3} \times {^5C_3} + {^5C_4} \times {^5C_2}$

$\Rightarrow 50 + 100 + 50$

$\Rightarrow 200$ Ans।

(২৫) 6জন বিজ্ঞানের ছাত্র | 4জন কলা বিভাগের ছাত্র

6জন বিজ্ঞানের ছাত্র	4জন কলা বিভাগের ছাত্র
4	2
5	1
6	0

∴ মোট কমিটির সংখ্যাঃ- $^6C_4 \times {^4C_2} + {^6C_5} \times {^4C_1} + {^6C_6} \times {^4C_0}$

$\Rightarrow 90+24+1$

$\Rightarrow 115$ Ans।