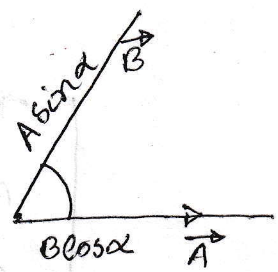
২য় অধ্যায়:

প্রশ্ন* দুটি ভেক্টর রাশির ডট গুণন ও ক্রস গুণন দেখাও।

উত্তর: ডট গুণন দুটি ভেক্টর রাশির গুণফল যদি একটি স্কেলার রাশি বা অদিক রাশি হয় তাকে ডট গুণন বলে

শর্ত : $\hat{i}.\hat{i} = \hat{j}.\hat{j} = \hat{k}.\hat{k} = 1$

$\hat{i}.\hat{j} = \hat{i}\hat{k} = \hat{j}.\hat{k} = \hat{j}.\hat{i} = \hat{k}.\hat{i} = \hat{k}.\hat{j} = 0$



$$\vec{A}.\vec{B} = AB\cos\alpha$$

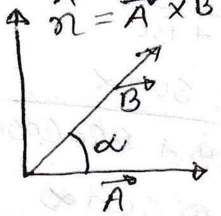
ক্রস গুণন:- দুটি ভেক্টর রাশির গুণফল যদি একটি ভেক্টর রাশি বা দিক রাশি হয় তাকে ক্রস ভেক্টর বা দিক রাশি বলে। ধরে নেই

$$\vec{A} = a_1\hat{i} + b_1\hat{j} + c_1\hat{k}$$

$$\vec{B} = a_2\hat{i} + b_2\hat{j} + c_2\hat{k}$$

$$\vec{A}\times\vec{B} = \begin{vmatrix} \hat{i} & \hat{j} & \hat{k} \\ a_1 & b_1 & c_1 \\ a_2 & b_2 & c_2 \end{vmatrix}$$

$$= \hat{i}(b_1c_2 - b_2c_1) - \hat{j}(a_1c_2 - a_2c_1) + \hat{k}(a_1b_2 - a_2b_1)$$



অনু

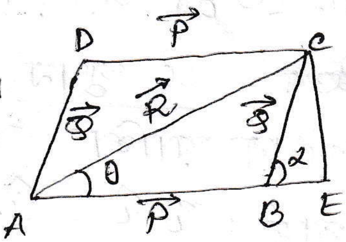
5.* $\vec{A} = 3\hat{i} - 2\hat{j} + 6\hat{k}$ হলে দিক রাশিটির মান নির্ণয় কর।

$$|\vec{A}| = \sqrt{3^2 + (-2)^2 + (6)^2}$$

$$= \sqrt{9 + 4 + 36}$$

$$= \sqrt{49}$$

* ভেক্টর যোগের সামান্তরিক সূত্রটি লেখ, এবং লব্ধির মান ও দিক নির্ণয় কর।



মনে করি, ABCD একটি সামান্তরিক AB কে E পর্যন্ত বর্ধিত করি। AE এর উপর EC লম্ব আঁকি

$\vec{AB} = \vec{DC} = \vec{P}$

$\vec{AD} = \vec{BC} = \vec{Q}$

$\vec{AC} = \vec{R}$

ত্রিভুজ △AEC হতে পাই

$AC^2 = AE^2 + EC^2$

$= (AB + BE)^2 + EC^2$

$= AB^2 + 2AB.BE + BE^2 + EC^2$

$= AB^2 + 2AB\ BC \cos\alpha + BC^2$

$R^2 = P^2 + 2P.Q \cos\alpha + Q^2$

$R = \sqrt{P^2 + 2PQ\cos\alpha + Q^2}$

ত্রিভুজ △BEC হতে পাই

$BC^2 = BE^2 + EC^2$

$\cos\alpha = \frac{BE}{BC}$

$BE = BC\cos\alpha$

$\sin\alpha = \frac{EC}{BC}$

$EC = BC\sin\alpha$

লব্ধির দিক নির্ণয়:-

$\tan\theta = \frac{\text{লম্ব}}{\text{ভূমি}} = \frac{EC}{AE} =$

$\tan\theta = \frac{EC}{AB + BE}$

$\tan\theta = \frac{BC\sin\alpha}{AB + BC\cos\alpha}$

$\tan\theta = \frac{Q\sin\alpha}{P + Q\cos\alpha}$

গাণিতিক সমস্যা:- দুটি দিকে রাশির বৃহত্তম লব্ধি 16 এবং ক্ষুদ্রতম লব্ধি 8 একক। রাশি দুটি পরস্পর 120° কোণে একটি বিন্দুতে ক্রিয়া করে তাদের লব্ধির মান নির্ণয় কর।

দেওয়া আছে,

$\vec{P} = 16$ একক

$\vec{Q} = 8$ একক

$\alpha = 120°$

আমরা জানি,

$R = \sqrt{P^2 + Q^2 + 2PQ\cos\alpha}$

$= \sqrt{16^2 + 8^2 + 2\cdot16\cdot8\cos120°}$

তৃতীয় অধ্যায়:

ত্বরণঃ বেগ বৃদ্ধির হারকে ত্বরণ বলে এখানে:

আদিবেগ u
শেষবেগ v
সময় t
ত্বরণ a

$$\text{ত্বরণ} = \frac{\text{শেষবেগ} - \text{আদিবেগ}}{\text{সময়}}$$

$$a = \frac{v-u}{t}$$

$$v-u = at$$

$$v = u+at \quad \dots\dots (1)$$

$$\text{গড় বেগ } \bar{v} = \frac{\text{শেষবেগ} - \text{আদিবেগ}}{\text{সময়}}$$

$$\bar{v} = \frac{u+v}{2}$$

$$\bar{v} = \frac{u+u+at}{2} \quad [\because v = u+at$$

$$\bar{v} = \frac{2u+at}{2}$$

দূরত্ব:- $s = \bar{v}.t$

$$s = \frac{2u+at}{2}.t$$

$$s = \frac{2ut+at^2}{2}$$

$$= \frac{2ut}{2} + \frac{at^2}{2}$$

$$s = ut + \frac{1}{2}at^2$$

(1) নং কে বর্গ করে

$$v^2 = (u+at)^2$$

$$v^2 = u^2 + 2u.at + (a^2t)^2$$

$$v^2 = u^2 + 2uat + \frac{1}{2}2a^2t^2$$

$$v^2 = u^2 + 2a(ut + \frac{1}{2}at^2)$$

$$v^2 = u^2 + 2as \quad [s = ut + \frac{1}{2}at^2$$

* ৮. পড়ন্ত বস্তুর সূত্রগুলো লিখে ব্যাখ্যা কর।

প্রথম সূত্র: স্থির অবস্থান এবং একই উচ্চতা থেকে পড়ন্ত বস্তু সমান সময়ে সমান দূরত্ব অতিক্রম করবে।

২য় সূত্র:- বেগ সময়ের সমানুপাতিক

$v \propto t$ [স্থির অবস্থা থেকে]

তৃতীয় সূত্র: অতিক্রান্ত দূরত্ব সময়ের বর্গের সমানুপাতিক

$h \propto t^2$

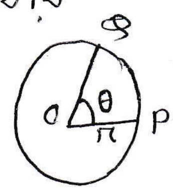
চতুর্থ অধ্যায়

(১)* কৌণিক বেগ ও রৈখিক বেগের মধ্যে পার্থক্য :-

কৌণিক বেগ	রৈখিক বেগ
① বৃত্তাকার পথে ঘূর্ণায়মান বস্তু একক সময়ে বৃত্তের কেন্দ্রে যে কোণ উৎপন্ন করে তাকে কৌণিক বেগ বলে।	① নির্দিষ্ট দিকে বস্তুর অবস্থানের পরিবর্তনের হারকে বেগ বলে
② কৌণিক বেগ $\omega = \dfrac{\text{কৌণিক দূরত্ব}}{\text{সময়}}$ $\omega = \dfrac{\theta}{t}$	② রৈখিক বেগ $v = \dfrac{\text{রৈখিক দূরত্ব}}{\text{সময়}} = \dfrac{s}{t}$ $v = \dfrac{s}{t}$
3. একক rad/sec	3. m/sec একক

(২)* কৌণিক বেগ ও রৈখিক বেগের মধ্যে সম্পর্ক :-

মনে করি r ব্যাসার্ধ বিশিষ্ট একটি বৃত্তে একটি বস্তু P অবস্থান থেকে t সময়ে Q অবস্থানে যায়



রৈখিক দূরত্ব $PQ = s$

কৌণিক দূরত্ব $\angle POQ = \theta$

রৈখিক বেগ $v = \dfrac{\text{দূরত্ব}}{\text{সময়}} = \dfrac{s}{t}$

$$v = \frac{s}{t}$$

$$s = vt \quad \cdots (1)$$

কৌণিক দূরত্ব $\omega = \dfrac{\text{কৌণিক ~~বেগ~~ দূরত্ব}}{\text{সময়}}$

$$\omega = \frac{\theta}{t}$$

$$\omega = \frac{\theta}{t}$$

~~চাপ s =~~

$$\theta = \frac{\text{চাপ}}{\text{ব্যাসার্ধ}} = \frac{s}{r}$$

$$\theta = \frac{s}{r}$$

$$s = \theta r \quad \cdots (ii)$$

(i) নং হতে

$$vt = \theta r$$

$$v = r \cdot \frac{\theta}{t}$$

$$v = r \cdot \omega$$

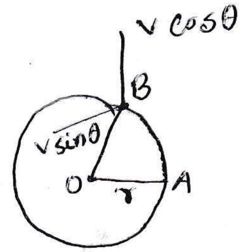
* প্রমাণ কর যে কেন্দ্রমুখী বল $F = \frac{mv^2}{r}$ এখানে প্রতীকগুলো প্রচলিত অর্থ বহন করে

ধরে নেই, m ভরের একটি বস্তুকণা r ব্যাসার্ধের বৃত্তাকার পথে v সমদ্রুতিতে ঘুরছে। A বিন্দুতে বস্তুর বেগ উল্লম্ব বরাবর v এবং কেন্দ্র বরাবর শূন্য। ধরি, t সময় পর বস্তুটি A অবস্থান থেকে B অবস্থানে যায়।

কৌণিক সরণ $\angle AOB = \theta$

সুতরাং A হতে B বিন্দুতে উল্লম্ব বরাবর পরিবর্তন $= v - v = 0$

এবং কেন্দ্র বরাবর পরিবর্তন $= v\theta - 0$
$= v\theta$



কেন্দ্রমুখী ত্বরণ $a = \frac{v \cdot \theta}{t}$

$a = v\frac{\theta}{t}$

$a = v\omega$

$a = v \cdot \frac{v}{r}$

$a = \frac{v^2}{r}$

$\omega = \frac{\theta}{t}$

$v = \omega r$

$\omega = \frac{v}{r}$

কেন্দ্রমুখী বল $F = ma$

$F = m \cdot \frac{v^2}{r}$

$F = \frac{mv^2}{r}$

*

* নিউটনের গতিসূত্র গুলো লেখ। [বই থেকে পড়তে হবে]

* নিউটনের গতির দ্বিতীয় সূত্র হতে প্রথম সূত্র প্রতিপাদন কর।

দ্বিতীয় সূত্র : $P = mf$

$$P = m \cdot \frac{v-u}{t}$$ [বাহ্যিক বল শূন্য হলে $P = 0$

$$0 = m \cdot \frac{v-u}{t}$$

$$\Rightarrow \frac{v-u}{t} = \frac{0}{m}$$

$$\Rightarrow \frac{v-u}{t} = 0$$

$$\Rightarrow v-u = 0 \times t$$

$$\Rightarrow v-u = 0$$

$$\therefore \Rightarrow v = u$$

* ঘর্ষণের সুবিধা ও অসুবিধাগুলো বর্ণনা কর।

* দেখাও যে স্থির ঘর্ষণ গুণাংক, স্থির কোণের ট্যানজেন্টের সমান

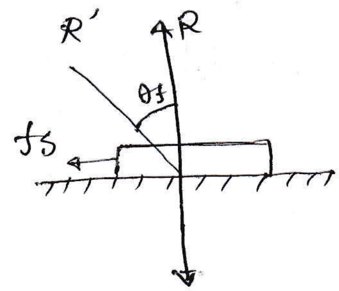
এখানে,

অভিলম্ব প্রতিক্রিয়া $\vec{R}$

সীমাস্থ ঘর্ষণ $= \vec{F_s}$

লব্ধি প্রতিক্রিয়া $\vec{R'}$

স্থিতি ঘর্ষণ কোণ $= \theta_f$



$$\sin\theta_f = \frac{F_s}{R'}$$

$$F_s = R'\sin\theta_f \quad \text{—(i)}$$

$$\cos\theta_f = \frac{R}{R'}$$

$$R = R'\cos\theta_f \quad \text{—(ii)}$$

(i) ÷ (ii) হতে $$\frac{F_s}{R} = \frac{R'\sin\theta_f}{R'\cos\theta_f}$$

$$\frac{F_s}{R} = \tan\theta_f$$

$$\tan\theta_f = \frac{F_s}{R}$$

৪। দেখাও যে $P = mf$

মনে করি m ভরবিশিষ্ট একটি বস্তু আদিবেগ u এবং t সময় পর P বলের প্রভাবে শেষবেগ v তে প্রাপ্ত হলো।

আদি ভরবেগ mu

শেষ ভরবেগ mv

$\therefore$ t সময়ে বস্তুর ভরবেগের পরিবর্তন $= mv - mu$

একক " " " $= \frac{mv - mu}{t}$

অর্থাৎ ভরবেগের পরিবর্তন হার $= m\left(\frac{v-u}{t}\right)$

$= mf$ $\left[\because \frac{v-u}{t} = f = a\right.$

$\therefore$ নিউটনের দ্বিতীয় সূত্রানুসারে বস্তুর ভরবেগের পরিবর্তনের হার প্রযুক্ত বলের সমানুপাতিক $mf \propto P$

$$mf = kP$$

$\therefore$ $m = 1$

$P = 1$

$f = 1$

বা, $1 \times 1 = k \times 1$

বা, $k = 1$

$\therefore$ $P = mf$

৫। ভরবেগের নিত্যতা সূত্র বর্ণনা কর।

মনে করি, m_1 ও m_2 ভরবিশিষ্ট দুইটি বস্তু A ও B যথাক্রমে u_1 ও u_2 বেগে একই সরল রেখা বরাবর চলছে। এখানে A বস্তুর বেগ B বস্তুর বেগের চেয়ে বেশি। যদি t সময় পরে বস্তু দুইটি মধ্যে সংঘর্ষ হয় এবং সংঘর্ষের পরে বেগ v_1 ও v_2 হয়।

নিউটনের গতির তৃতীয় সূত্রানুসারে

$F_2 = -F_1$

$m_1 a_1 = -m_2 a_2$

$m_1 \frac{v_1 - u_1}{t} = -m_2 \frac{v_2 - u_2}{t}$

$m_1 v_1 + m_2 v_2 = m_2 u_2 + m_1 u_1$

আদি ভরবেগের সমষ্টি = শেষ ভরবেগের সমষ্টি।

ষষ্ঠ অধ্যায়

২* গ্রহের গতি সংক্রান্ত কেপলারের সূত্রগুলো লেখ ব্যাখ্যা কর

২* নিউটনের ~~মহা~~ মহাকর্ষ সূত্রটি লেখ।

উঃ- মহাবিশ্বের প্রতিটি বস্তু একে অপরকে যে কোনো দূরত্ব থেকে আকর্ষণ করে। একে নিউটনের মহাকর্ষ সূত্র বলে।

(i) মহাবিশ্বের প্রতিটি বস্তুকণা একে অপরকে নিজ কেন্দ্রের দিকে আকর্ষণ করে।

(ii) আকর্ষণ বল বস্তুদ্বয়ের ভরের গুণফলের সমানুপাতিক

এখানে
১ম বস্তুর ভর m_1
২য় " " m_2
বল F

$$F \propto m_1 m_2 \text{ ------ (i)}$$

(iii) আকর্ষণ বল বস্তুদ্বয়ের দূরত্বের বর্গের ব্যস্তানুপাতিক

$$F \propto \frac{1}{d^2} \text{ --- (ii)}$$

(iv) আকর্ষণ বল সংযোগ রেখা বরাবর ক্রিয়া করে

(i) ও (ii) হতে

$$F \propto m_1 m_2 \cdot \frac{1}{d^2}$$

$$F \propto \frac{m_1 m_2}{d^2}$$

$$F = G\frac{m_1 m_2}{d^2}$$

৪ * দেখাও যে, অভিকর্ষজ ত্বরণ বস্তুর ভরের উপর নির্ভর করে না।

আকর্ষণ বল ~~কের~~ ~~মান~~ ভরের গুণফলের সমানুপাতিক দূরত্বের বর্গের ব্যস্তানুপাতিক

এখানে
পৃথিবীর ভর M
বস্তুর ভর m
পৃথিবীর ব্যাসার্ধ R
বল F

$$F \propto mM \text{ — (i)}$$

$$F \propto \frac{1}{R^2} \text{ -- (ii)}$$

(i) ও (ii) হতে $F \propto mM \frac{1}{R^2}$

$$F = G\frac{Mm}{R^2} \qquad g = \frac{GM}{R^2}$$

৮* ভূপৃষ্ঠ থেকে h উচ্চতায় g এর সমীকরণ বের কর।

ভূপৃষ্ঠ থেকে কোন বস্তুর অভিকর্ষজ ত্বরণ $g = \frac{GM}{R^2}$ --- (i)

এখানে M = পৃথিবীর ভর

G = মহাকর্ষ ধ্রুবক

R = পৃথিবীর ব্যাসার্ধ

g' = h উচ্চতায় অভিকর্ষজ ত্বরণ

$$g' = \frac{GM}{(R+h)^2} \quad --- \text{(ii)}$$

(ii) ÷ (i) হতে পাই

$$\frac{g'}{g} = \cancel{\frac{GM}{R^2}} \div \quad \frac{GM}{(R+h)^2} \div \frac{GM}{R^2}$$

$$\frac{g'}{g} = \cancel{\frac{GM}{R^2}} \times \cancel{\frac{(R+h)^2}{GM}} \quad \frac{GM}{(R+h)^2} \div \frac{R^2}{\cancel{GM}}$$

$$\frac{g'}{g} = \cancel{(R+h)} \quad \frac{R^2}{(R+h)^2}$$

$$\frac{g'}{g} = \frac{\frac{R^2}{R^2}}{\left(\frac{R+h}{R}\right)^2}$$

$$\frac{g'}{g} = \frac{1}{\left(1+\frac{h}{R}\right)^2}$$

$$g' = g\left(1+\frac{h}{R}\right)^{-2}$$

$$g' = g\left(1-\frac{2h}{R}\right)$$