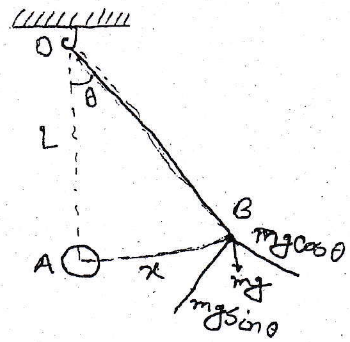
প্রশ্ন:- প্রমাণ কর যে সরল দোলকের গতি সরল দোলন গতি

– মনে করি, পিণ্ডের ভর m কার্যকরী দৈর্ঘ্য L

সাম্যাবস্থানে বল mg । θ কোণে OB অবস্থানে

$mg\cos\theta$ ও $mg\sin\theta$ দুটি অংশে বিভাজিত

হয়।



$$\text{কোণ} = \frac{\text{চাপ}}{\text{ব্যাসার্ধ}} \Rightarrow \theta = \frac{x}{L} \quad \text{---- (i)}$$

বলের মান $F = -mg\sin\theta$ [− চিহ্ন বল ও সরণ বিপরীত দিকে নির্দেশ করে]

θ ক্ষুদ্র হলে $\sin\theta \cong \theta$

বা, $F = -mg\theta$

বা, $F = -mg\frac{x}{L}$ (i) নং হতে $\theta = \frac{x}{L}$ বসিয়ে ---- (ii)

$\therefore F = -kx$ [$k = \frac{mg}{L}$ ধ্রুবক] ---- (iii)

$ma = -kx$

$\Rightarrow a = -\frac{k}{m}x$ ---- (iv)

(ii) হতে পাই

$$ma = -\frac{mg}{L}x$$

$$a = -\frac{g}{L}x \quad \text{---- (v)}$$

$$a = -\omega^2 x \quad [\omega = \frac{g}{L} \quad \text{---- (vi)}$$

(iv) ও (v) হতে

$$-\frac{k}{m}x = -\frac{g}{L}x$$

$$\frac{k}{m} = \frac{g}{L}$$

(v) ও (vi) হতে

$$-\omega^2 x = -\frac{g}{L}x$$

$$\omega^2 = \frac{g}{L}$$

$$\left(\frac{2\pi}{T}\right)^2 = \frac{g}{L}$$

$$\frac{2\pi}{T} = \sqrt{\frac{g}{L}}$$

$$\frac{T}{2\pi} = \sqrt{\frac{L}{g}}$$

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{L}{g}}$$

২ (1)

পড়তে হবে:-

২. সরল দোলন গতির বৈশিষ্ট্য ।

৩. একটি সেকেন্ড দোলকের কার্যকরী দৈর্ঘ্য ।

৫. সরল দোলকের সূত্রগুলো বিবৃত কর ।

অধ্যায় – ৮

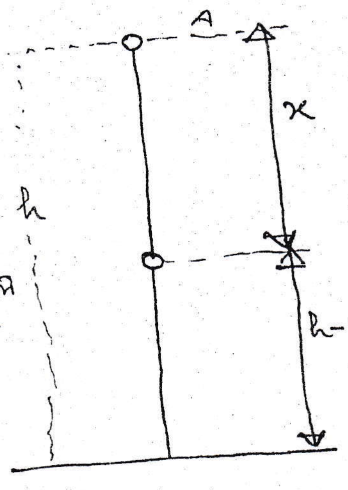
রচনা

৬. পড়ন্ত বস্তুর ক্ষেত্রে শক্তির নিত্যতা সূত্র প্রমাণ কর

৮. প্রমাণ কর যে, পড়ন্ত বস্তুর ক্ষেত্রে যে পরিমাণ স্থিতিশক্তি হারাবে ~~ঠিক~~ ~~তত~~ পরিমাণ গতিশক্তি উৎপন্ন করে ।

উত্তর: শক্তির সৃষ্টি বা ধ্বংস নেই, শক্তি কেবল এক রূপ হতে একাধিক রূপে পরিবর্তন হতে পারে । ~~এবং~~ এবং রূপান্তরের আগে ও পরে মোট শক্তির পরিমাণ অপরিবর্তিত থাকে ।

মনে করি, m ভরবিশিষ্ট একটি বস্তুকে ভূপৃষ্ঠ হতে h উচ্চতায় A বিন্দুতে উঠানো হলো । A বিন্দুতে বস্তুটির স্থির অবস্থায় রয়েছে এর সমস্ত শক্তিই স্থিতিশক্তি, যার পরিমাণ mgh এবং গতিশক্তি $=0$



স্থিতিশক্তি $= \cancel{mgm}\ mgh$

গতিশক্তি $= 0$

মোট শক্তি $= mgh + 0$
$= mgh$

মনে করি, বস্তুটি A বিন্দু হতে নিচে পড়তে লাগল x দূরত্ব অতিক্রম করে B বিন্দুতে পৌঁছালো

উক্ত বিন্দুতে বস্তুর বেগ, v

$v^2 = u^2 + 2gx$

$v^2 = 2gx$

$\therefore$ B বিন্দুতে বস্তুটির গতিশক্তি $= \frac{1}{2}mv^2 = \frac{1}{2}m\,2gx$
$= mgx$

B বিন্দুতে " স্থিতিশক্তি $= mg(h-x)$
$= mgh - mgx$

মোট শক্তি $=$ গতিশক্তি $+$ স্থিতিশক্তি
$= mgx + mgh - mgx +$
$= mgh$

তে যে, একক আয়তনে বিকৃতির দরুন কৃতকাজ বা স্থিতিশক্তি

$= \frac{1}{2} \times$ পীড়ন $\times$ বিকৃতি

মনে করি, L দৈর্ঘ্যে, A ক্ষেত্রফল এবং Y ইয়ং গুণাঙ্কের কোনো তারে F বল প্রয়োগ করায় এর দৈর্ঘ্যে বৃদ্ধি পায় dl। তাই কৃতকাজ $dW = F\,dl$

$\therefore$ মোট কাজ $\int_0^W dW = \int_0^l F \cdot dl$

$$[W]_0^W = \int_0^l \frac{YAl}{L}\, dl$$

$$W - 0 = \frac{YA}{L}\int_0^l l\, dl$$

$$W = \frac{YA}{L}\left[\frac{l^{1+1}}{1+1}\right]_0^l$$

$$W = \frac{YA}{L}\left[\frac{l^2}{2} - \frac{0^2}{2}\right]$$

$$W = \frac{YA}{L}\left[\frac{l^2}{2}\right]$$

$$W = \frac{YAl^2}{2L}$$

কিন্তু তারের আয়তন $V = AL$

V আয়তনে স্থিতিশক্তি $= \frac{YAl^2}{2L}$

1 " " $= \frac{YAl^2}{2LV}$

$$= \frac{YAl^2}{2L \cdot AL}$$

$= \cancel{\frac{1}{2} Y}$

$$= \frac{1}{2} \cdot \frac{Yl}{L} \cdot \frac{l}{L}$$

$= \frac{1}{2} \times$ পীড়ন $\times$ বিকৃতি।

২. দেখাও যে, টি ইয়ং-এর গুণাঙ্ক $Y = \frac{mgL}{\pi r^2 l}$

হুকের সূত্র : স্থিতিস্থাপক সীমার মধ্যে কোন বস্তুর উপর প্রযুক্ত পীড়ন সংশ্লিষ্ট বিকৃতির সমানুপাতিক।

পীড়ন $\propto$ বিকৃতি

পীড়ন = ধ্রুবক $\times$ বিকৃতি

$\frac{\text{পীড়ন}}{\text{বিকৃতি}}$ = ধ্রুবক ---- ①

মনে করি, একটি তারের আদি দৈর্ঘ্য L একক এবং প্রস্থচ্ছেদ A বর্গ একক। F পরিমাণ বল প্রয়োগ করায় তার দৈর্ঘ্য পরিবর্তন ঘটলো l একক

① নং হতে পাই

$$\frac{\frac{F}{A}}{\frac{l}{L}} = \text{ধ্রুবক}$$

$$\frac{FL}{Al} = Y \quad [\text{ধ্রুবক} = \text{স্থিতিস্থাপক গুণাংক}]$$

$$Y = \frac{FL}{Al}$$

$$= \frac{mgL}{\pi r^2 l} \quad [\text{এখানে } F = mg,\ A = \pi r^2$$

তে যে, একক আয়তনে বিকৃতির দরুন কৃতকাজ বা স্থিতিশক্তি
$= \frac{1}{2} \times$ পীড়ন $\times$ বিকৃতি

মনে করি, L দৈর্ঘ্য, A প্রস্থচ্ছেদ এবং Y ইয়ং গুণাঙ্কের কোনো তারে F বল প্রয়োগ করায় এর দৈর্ঘ্য বৃদ্ধি পায় dl । তাই কৃতকাজ $dW = F\,dl$

$\therefore$ মোট কাজ $\int_0^W dW = \int_0^l F \cdot dl$

$$[W]_0^W = \int_0^l \frac{YAl}{L}\, dl$$

$$W - 0 = \frac{YA}{L} \int_0^l l\, dl$$

$$W = \frac{YA}{L} \left[\frac{l^{1+1}}{1+1}\right]_0^l$$

$$W = \frac{YA}{L} \left[\frac{l^2}{2} - \frac{0^2}{2}\right]$$

$$W = \frac{YA}{L} \left[\frac{l^2}{2}\right]$$

$$W = \frac{YAl^2}{2L}$$

কিন্তু তারের আয়তন $V = AL$

V আয়তনে স্থিতিশক্তি $\frac{YAl^2}{2L}$

1 " " $= \frac{YAl^2}{2LV}$

$$= \frac{YAl^2}{2L \cdot AL}$$

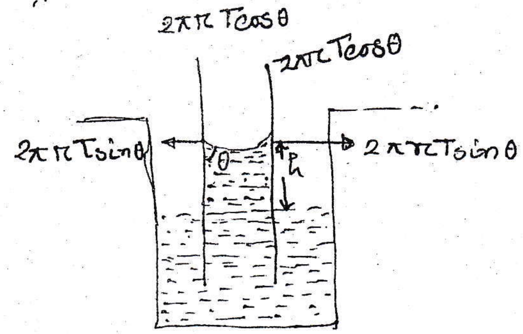
$$= \cancel{\frac{1}{2} Y}$$

$$= \frac{1}{2} \cdot \frac{Yl}{L} \cdot \frac{l}{L}$$

$$= \frac{1}{2} \times \text{পীড়ন} \times \text{বিকৃতি} \text{ ।}$$

* প্রমাণ কর যে, তরলের পৃষ্ঠটান $T = \frac{r}{2}\left(h+\frac{r}{3}\right)\rho g/2\cos\theta$

বা, তরলের পৃষ্ঠটান রাশিমালা বের কর।



মনে করি, r ব্যাসার্ধের কৈশিক নলকে পানির মধ্যে ডুবানো হলো নলের ভেতর দিয়ে পানি h উচ্চতায় উঠে।

এখানে: θ = পানি ও কাচের কোণ

T = তরলের পৃষ্ঠটান

ρ = তরলের ঘনত্ব

h = নলের ভেতরে পানির উচ্চতা

$\therefore$ $2\pi r T\cos\theta$ = কৈশিক নলের মধ্যে তরল স্তম্ভের উচ্চতা ওজন

$$2\pi r T\cos\theta = mg$$

$$2\pi r T\cos\theta = V\rho g$$

$$2\pi r T\cos\theta = (\cancel{h+\frac{r}{3}})\left(h+\frac{r}{3}\right)\pi r^2\rho g$$

$$T = \frac{r\left(h+\frac{r}{3}\right)\rho g}{2\cos\theta}$$

আমরা জানি

গোলকের আয়তন $= \frac{4}{3}\pi r^3$

অর্ধ গোলকের আয়তন $= \frac{\frac{4}{3}\pi r^3}{2}$

অত তরলের বক্র অংশের আয়তন = সিলিন্ডারের আয়তন - অর্ধগোলকের আয়তন

$$= \pi r^2 \cdot r - \frac{\frac{4}{3}\pi r^3}{2}$$

$$= \pi r^3 - \frac{4\pi r^3}{3\times 2}$$

$$= \frac{6\pi r^3 - 4\pi r^3}{6}$$

$$= \frac{2\pi r^3}{6}$$

$$= \frac{\pi r^3}{3}$$

মোট আয়তন $V = \pi r^2 h + \frac{\pi r^3}{3}$

$$= \pi r^2\left(h+\frac{r}{3}\right)$$

প্রমাণ কর যে, তরলের অভ্যন্তরে কোন বিন্দুতে চাপ $P = \rho g h$

* আমরা জানি, একক ক্ষেত্রফলের উপর প্রযুক্ত বলকে চাপ বলে

ধরে নেই,

A ক্ষেত্রফলের উপর প্রযুক্ত বল F

1 " " " " $\frac{F}{A}$

$$\text{চাপ} = P = \frac{F}{A}$$

$$= \frac{mg}{A}$$

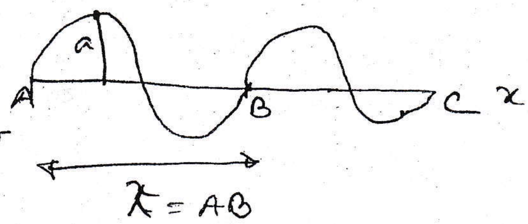
$$= \frac{V \times \rho g}{A} \quad [\text{ভর} = \text{আয়তন} \times \text{ঘনত্ব}$$

$$= \frac{A h \rho g}{A} \quad [\text{আয়তন} = \text{ক্ষেত্রফল} \times \text{উচ্চতা}$$

$$= \rho g h$$

২. অগ্রগামী তরঙ্গের সমীকরণ বের কর।

মনে করি, একটি চলমান তরঙ্গ A থেকে C বিন্দুতে যাচ্ছে। যেহেতু মাধ্যমের কণাগুলো সরল ছন্দিত স্পন্দনে আন্দোলিত তাহলে সমীকরণ = $y = a \sin \omega t$



y = t সময়ে সরণ

a = বিস্তার

ω = কণার কৌণিক কম্পাংক

যেহেতু সমদশাসম্পন্ন কণা। সমদশাসম্পন্ন কণার মধ্যবর্তী দূরত্ব হচ্ছে $AB = \lambda$। তরঙ্গ A হতে B বিন্দুতে যাওয়ার সময় কণার দশার পরিবর্তন হয় 2π। ও সুতরাং A বিন্দু হতে x দূরত্বে যাওয়ার জন্য কণার দশার ~~পার্থক্য~~ পরিবর্তন $\delta = \frac{2\pi}{\lambda}x$

∴ P বিন্দুতে অবস্থিত কণার সরণ $y = a\sin(\omega t - \frac{2\pi}{\lambda}x)$

$$y = a\sin\left(\frac{2\pi}{\lambda}vt - \frac{2\pi}{\lambda}x\right)$$

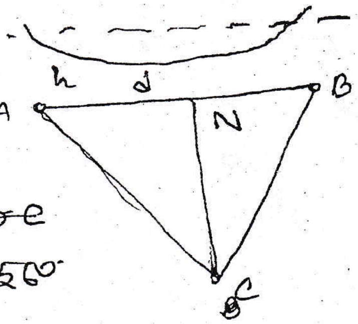
$$= a\sin\frac{2\pi}{\lambda}(vt - x)$$

আর তরঙ্গ ডান দিক হতে বামে অগ্রসর হলে

$$y = a\sin\left(\frac{2\pi}{\lambda}(vt + x)\right)$$

* প্রতিধ্বনির সাহায্যে কীভাবে সমুদ্রের গভীরতা নির্ণয় করা যায় বর্ণনা কর।

চিত্রে A প্রেরকযন্ত্র হতে শব্দ উৎপন্ন হয়ে B গ্রাহকে ফিরে আসে জাহাজ হতে প্রেরক এবং গ্রাহক যন্ত্রের দূরত্ব h, পানিতে শব্দের বেগ v, A হতে B বিন্দুতে শব্দ যেতে সময় লাগে t_1। এবং ~~A হতে C~~ ~~এবং C হতে B আসতে~~ A হতে C হয়ে B বিন্দুতে যেতে সময় t_2



$$\therefore AB = vt_1$$
$$d = vt_1$$
$$v = \frac{d}{t_1}$$

অনুরূপ $AC + CB = vt_2$
$$= \frac{d}{t_1} \times t_2$$

যেহেতু $AC = CB$
$$AC + AC = \frac{dt_2}{t_1}$$
$$2AC = \frac{dt_2}{t_1}$$
$$AC = \frac{dt_2}{2t_1}$$

ACN ত্রিভুজ হতে
$$NC^2 = AC^2 - AN^2$$
$$NC^2 = \left(\frac{dt_2}{2t_1}\right)^2 - \left(\frac{d}{2}\right)^2$$
$$= \frac{d^2 t_2^2}{4t_1^2} - \frac{d^2}{4}$$
$$= \frac{d^2}{4}\left(\frac{t_2^2}{t_1^2} - 1\right)$$
$$NC = \sqrt{\frac{d^2}{4}\left(\frac{t_2^2}{t_1^2} - 1\right)}$$
$$= \frac{d}{2}\sqrt{\frac{t_2^2}{t_1^2} - 1}$$

তাই সমুদ্রের উচ্চতা

$$H = h + NC$$
$$= h + \frac{d}{2}\sqrt{\frac{t_2^2}{t_1^2} - 1}$$
$$= h + \frac{d}{2}\sqrt{\frac{t_2^2 - t_1^2}{t_1^2}}$$
$$= h + \frac{d}{2t_1}\sqrt{t_2^2 - t_1^2}$$
$$= h + \frac{vt_1}{2t_1}\sqrt{t_2^2 - t_1^2}$$
$$= h + \frac{v}{2}\sqrt{t_2^2 - t_1^2}$$